Prof. Dr. Andreas Bley
Dr. Anen Lakhal

Lineare Algebra für

UNIKASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 03 **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** **14.11.2016**

Aufgabe 1
Gegeben seien zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$. Zeigen Sie die folgende Gleichung

$$\langle (\vec{a} \times \vec{b}), (\vec{a} \times \vec{b}) \rangle + \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \langle \vec{a}, \vec{a} \rangle \langle \vec{b}, \vec{b} \rangle.$$

Aufgabe 2
Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^3$ besitzen jeweils die Länge 2 und erfüllen die Gleichung

$$\langle (2\vec{a} - 3\vec{b}), (2\vec{a} + \vec{b}) \rangle = -4.$$

Wie groß ist das Skalarprodukt $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$? Welchen Winkel schließen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ein?

Aufgabe 3
Die drei Punkte $A = \begin{pmatrix} 3 \\ a \\ 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ spannen im $\mathbb{R}^3$ ein Dreieck auf ($a \in \mathbb{R}$). Verschiebt man dieses Dreieck um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, so überstreicht es ein Prisma im Raum.

(a) Wie groß ist das Volumen V dieses Prismas? (Hinweis: Man betrachte das Spatprodukt von $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ und $\vec{v}$).

(b) Man bestimme a so, dass $V = 0$ wird. Was bedeutet dies geometrisch für die Vektoren $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ und $\vec{v}$?

(**Bitte wenden!**)

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ mit

$$\|\vec{a}\| = 3, \quad \|\vec{b}\| = 2 \quad \text{und} \quad \langle (3\vec{a} + \vec{b}), (\vec{a} - 2\vec{b}) \rangle = 0.$$

Bestimmen Sie den Cosinus des Winkels, den $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einschließen.

(2) Gegeben sei das Dreieck mit den Eckpunkten $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Seitenlängen des Dreiecks.

(b) Berechnen Sie den Winkel beim Punkt A.

(c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

(3) Bestimmen Sie den Parameter $d \in \mathbb{R}$ so, dass die Punkte $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$,$C = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ d \end{pmatrix}$ in einer Ebene liegen.

Abgabetermin: Dienstag, 22.11.2016 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html`

Hausaufgabe 03

Nachname:	
Vorname:	
Studiengang:	
Matr.-Nr.:	
Gruppe:	
Punkte:	