Prof. Dr. Andreas Bley
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 10 **16.01.2017**

Aufgabe 1
Seien $\varphi : U \to V$ und $\psi : V \to W$ zwei lineare Abbildung, wobei U, V, W drei Vektorräume über $\mathbb{K}$ sind. Zeigen Sie, dass die Abbildung $\psi \circ \varphi : U \to V$ linear ist.

Aufgabe 2
Es sei die lineare Abbildung $\mathcal{L}_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ v \mapsto Av$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a+1 & 0 \\ a & a^2 & -1 \\ 2 & a & -a \end{pmatrix},\ a \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit vom Parameter a $\dim(\mathrm{Bild}(\mathcal{L}_A))$ und $\dim(\mathrm{Kern}(\mathcal{L}_A))$.

Aufgabe 3
Es sei $\varphi : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^2$ eine lineare Abbildung, die durch

$$\varphi(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ i \end{pmatrix}, \quad \varphi(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \varphi(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} i \\ 0 \end{pmatrix}$$

gegeben ist. Bestimmen Sie die darstellende Matrix von φ bezüglich der Kanonischen Basen von $\mathbb{C}^3$ und $\mathbb{C}^2$.

Aufgabe 4
Geben Sie die darstellende Matrix einer linearen Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$, deren Kern durch die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

erzeugt wird.

(**Bitte wenden!**)

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(1) Es sei die lineare Abbildung $\mathcal{L}_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $v \mapsto Av$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 2 & 3a & 0 \end{pmatrix}, \ a \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit vom Parameter a $\dim(\mathrm{Bild}(\mathcal{L}_A))$. Ist $\mathcal{L}_A$ injektiv? Begründen Sie Ihre Antwort.

(2) Es sei die lineare Abbbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, die durch

$$\varphi(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gegeben ist. Bestimmen Sie die darstellende Matrix von φ bezüglich der kanonischen Basis von $\mathbb{R}^3$.

(3) Geben Sie die darstellende Matrix einer linearen Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, deren Bild durch die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

erzeugt wird und bestimmen Sie eine Basis des $\mathrm{Kern}(\varphi)$.

Abgabetermin: Dienstag, 24.01.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html

Hausaufgabe 10

Nachname:														
Vorname:														
Studiengang:														
Matr.-Nr.:														
Gruppe:														
Punkte:														