Prof. Dr. Andreas Bley
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 11 **23.01.2017**

Aufgabe 1

Sei $\mathcal{B} = (b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} i \\ 5 \end{pmatrix})$.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{B}$ eine Basis des $\mathbb{C}^2$ ist.

(b) Wie lauten die Basiswechselmatrizen von der Basis $\mathcal{B}$ zur kanonischen Basis $\mathcal{E} = (e_1, e_2)$ des $\mathbb{C}^2$ und umgekehrt?

(c) Geben Sie die Koordinaten der Vektoren $v = \begin{pmatrix} 2 \\ i \end{pmatrix}$ und $\omega = \begin{pmatrix} 2 \\ -3i \end{pmatrix}$ in der Basis $\mathcal{B}$ an.

(d) Wie lauten die Übergangsmatrizen von der Basis $\mathcal{C} = (v, \omega)$ zur Basis $\mathcal{B}$ und umgekehrt?

Aufgabe 2

Die lineare Abbildung $\mathcal{L} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wird gegeben durch

$$\mathcal{L}(e_1) = 2e_1 + e_2 + e_3, \quad \mathcal{L}(e_2) = e_1 + e_2, \quad \mathcal{L}(e_3) = e_1 + e_3.$$

Dabei ist $\mathcal{E} = (e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix})$ die kanonische Basis des $\mathbb{R}^3$.

(a) Bestimmen Sie die darstellende Matrix $M_{\mathcal{E}}(\mathcal{L})$ von $\mathcal{L}$ bezüglich der kanonischen Basis des $\mathbb{R}^3$.

(b) Sei $\mathcal{B} = (b_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix})$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie die Basiswechselmatrizen von der Basis $\mathcal{B}$ zur Basis $\mathcal{E}$ und umgekehrt.

(c) Bestimmen Sie die darstellende Matrix $M_{\mathcal{B}}(\mathcal{L})$ von $\mathcal{L}$ bezüglich der Basis $\mathcal{B}$.

Aufgabe 3

Bezüglich der Basen

$$\mathcal{B} = (b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}), \quad \mathcal{C} = (c_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, c_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ 1 \end{pmatrix}, c_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix})$$

werde eine Abbildung $\mathcal{L} : \mathbb{C}^2 \to \mathcal{C}^3$ durch folgende Matrix beschrieben

$$\begin{pmatrix} 1 & i \\ 2 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die darstellende Matrix von $\mathcal{L}$ bezüglich der Basen

$$\hat{\mathcal{B}} = (\hat{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \hat{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}), \quad \hat{\mathcal{C}} = (\hat{c}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \hat{c}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix}, \hat{c}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}).$$

(**Bitte wenden!**)

Aufgabe 4 (10 Punkte)
Die lineare Abbildung $\mathcal{L} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wird gegeben durch

$$\mathcal{L}(e_1) = e_3, \quad \mathcal{L}(e_2) = -e_1 + e_2 + e_3, \quad \mathcal{L}(e_3) = e_3.$$

Dabei ist $\mathcal{E} = (e_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix})$ die kanonische Basis des $\mathbb{R}^3$.

(a) Bestimmen Sie die darstellende Matrix $M_{\mathcal{E}}(\mathcal{L})$ von $\mathcal{L}$ bezüglich der kanonischen Basis des $\mathbb{R}^3$.

(b) Sei $\mathcal{B} = (b_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix})$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie die Basiswechselmatrizen von der Basis $\mathcal{B}$ zur Basis $\mathcal{E}$ und umgekehrt.

(c) Bestimmen Sie die darstellende Matrix $M_{\mathcal{B}}(\mathcal{L})$ von $\mathcal{L}$ bezüglich der Basis $\mathcal{B}$.

(d) Bestimmen Sie eine Basis des Bildes sowie eine Basis des Kerns von $\mathcal{L}$.

Abgabetermin: Dienstag, 31.01.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html

Prof. Dr. Andreas Bley
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

Hausaufgabe 11

Nachname:														
Vorname:														
Studiengang:														
Matr.-Nr.:														
Gruppe:														
Punkte:														