

**Aufgabe 1**

Wir betrachten die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -8 & 0 & -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- Berechnen Sie das charakteristische Polynom von  $A$  und die Eigenwerte von  $A$ .
- Berechnen Sie für jeden Eigenwert  $\lambda$  von  $A$  eine Basis des Eigenraumes  $\text{Eig}(A, \lambda)$ .
- Entscheiden Sie mit kurzer Begründung, ob  $A$  diagonalisierbar ist.
- Bestimmen Sie  $\det(A)$ . Bestimmen Sie ferner die Lösungsmenge des LGS  $A\vec{x} = \vec{0}$ .

**Aufgabe 2**

Gegeben sei die Matrix

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 2 & 2\alpha \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

- Berechnen Sie alle Eigenwerte von  $A_\alpha$ .
  - Berechnen Sie zu jedem Eigenwert den zugehörigen Eigenraum.
  - Für welche reellen  $\alpha$  ist  $A_\alpha$  diagonalisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.
-