FB 10 Mathematik und Naturwissenschaften **WiSe 2015**
Institut für Mathematik
Prof. Dr. Matthias Bolten
M.Sc. Khalid Adrigal

Finite-Elemente-Methoden

Aufgabenblatt 1

Besprechung: 27.10.2015

Aufgabe 1 :

Sei Ω ein beschränktes Gebiet. Man zeige mit Hilfe der Friedrichsschen Ungleichung, dass die konstante Funktion $u = 1$ nicht in $H_0^1(\Omega)$ enthalten ist, also $H_0^1(\Omega)$ ein echter Unterraum von $H^1(\Omega)$ ist.

Aufgabe 2 :

Man nenne eine Funktion in $C[0,1]$, die nicht in $H^1[0,1]$ enthalten ist. Zur Illustration von $H_0^0(\Omega) = H^0(\Omega)$ nenne man eine Folge in $C_0^\infty(0,1)$, die im Sinne von $L^2[0,1]$ gegen die konstante Funktion $v = 1$ konvergiert.

Aufgabe 3 :

Sei $\Omega \in \mathbb{R}^3$ eine Kugel mit Zentrum im Nullpunkt. Man zeige, dass $u(x) = \|x\|^s$ eine schwache Ableitung in $L^2(\Omega)$ besitzt, wenn $s > -\frac{1}{2}$ oder (der triviale Fall) $s = 0$ zutrifft.

Aufgabe 4 :

Auf dem Intervall $[0,1]$ betrachte man die elliptische, aber nicht gleichmäßig elliptische Bilinearform

$$a(u,v) := \int_0^1 x^2 u'v' \, dx.$$

Man zeige, dass die Aufgabe $\frac{1}{2}a(u,u) - \int_0^1 u \, dx \to \min!$ keine Lösung in $H_0^1(0,1)$ besitzt. Wie lautet die zugehörige (gewöhnliche) Differentialgleichung?

Abgabe: **keine!**