FB 10 Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik
Prof. Dr. Matthias Bolten
M.Sc. Khalid Adrigal

WiSe 2015

Finite-Elemente-Methoden

Aufgabenblatt 2

Besprechung: 10.11.2015

Aufgabe 5 :

Zeigen Sie, dass die Sobolev- m -Norm

$$\|u\|_{m,\Omega} = \left(\sum_{|\alpha| \leq m} \|\partial^\alpha u\|^2_{L^2(\Omega)} \right)^{1/2}$$

tatsächlich eine Norm ist.

Aufgabe 6 :

Sei $\Omega \in \mathbb{R}^n$ eine Kugel mit Zentrum im Nullpunkt. Man zeige, dass $u(x) = \|x\|^s$ eine schwache Ableitung in $L^2(\Omega)$ besitzt, wenn $2s > 2 - n$ oder (der triviale Fall) $s = 0$ zutrifft.

Aufgabe 7 :

Man zeige

$$\int_\Omega \phi \operatorname{div} v \, dx = - \int_\Omega \operatorname{grad} \phi \cdot v \, dx + \int_{\partial\Omega} \phi v \cdot \nu \, ds \tag{1}$$

zunächst für hinreichend glatte Funktionen v und ϕ mit Werten im $\mathbb{R}^n$ bzw. in $\mathbb{R}$. Dabei ist

$$\operatorname{div} v := \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial v}{\partial x_i}$$

Für Funktionen aus welchen Sobolev-Räumen gilt (1)?

Abgabe: **am 03.11.2015**