

Mathematik für Naturwissenschaftler

Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1

Die van der Waalsche Zustandsgleichung für reale Gase lautet:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT.$$

Dabei ist p der äußere Druck, $V > 0$ das Volumen und T die Temperatur des Gases. R , a und b sind Gaskonstanten.

- Bei konstanter Temperatur ist der Druck p eine Funktion von V . Geben Sie diese Funktion an (mit Definitionsbereich).
- Bestimmen Sie für $a = 3$, $b = \frac{1}{3}$ und $R = \frac{8}{3}$ den Temperaturbereich (als Teilmenge von \mathbb{R}), in dem diese Funktion keine reellen Nullstellen besitzt.
- Zeichnen Sie für die drei Temperaturwerte

$$8T = 7, 8 \text{ und } 9$$

die Funktionsgraphen (Isothermen) im Intervall $\frac{1}{3} < V < 4$ in ein Schaubild (a , b , R wie in b) gewählt). Zeichnen Sie dabei so genau wie möglich.

Begründen Sie ihre Antworten und geben Sie die entsprechenden Abbildungen (mit Definitionsbereich!) an.

(4 P)

Aufgabe 2

Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv, welche surjektiv und welche bijektiv?

$$\begin{aligned} f : \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{Z}, & f(x) &= |x| \\ g : \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{Z}, & g(x) &= |x| \\ h : \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{N}, & h(x) &= |x| \\ j : \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{Z}, & j(x) &= 2x - 5 \\ k : \mathbb{Q} &\rightarrow \mathbb{Q}, & k(x) &= 2x - 5 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Warum ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto e^{-x^2}$ weder injektiv noch surjektiv? Schränken Sie Bildbereich und Definitionsbereich auf zwei verschiedene Weisen so ein, dass die Funktion umkehrbar ist und geben Sie die Umkehrfunktion an.

Abgabe: Donnerstag, 17.11.2005 in der Vorlesung oder Freitag, 19.11.2005 bis 12:00 in den Kästen. Für jede Aufgabe ein eigenes Blatt nehmen sowie auf jedem Blatt Namen, Matrikelnummer und die Übungsgruppe eintragen. Sie dürfen in Gruppen bis zu zwei Personen abgeben.