Fachbereich Mathematik und Informatik **WiSe 2005/2006**
Prof. Dr. Andreas Meister
Fil. mag. Philipp Birken

Mathematik für Naturwissenschaftler

Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1
Die van der Waalsche Zustandsgleichung für reale Gase lautet:

$$(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT.$$

Dabei ist p der äußere Druck, $V > 0$ das Volumen und T die Temperatur des Gases. R, a und b sind Gaskonstanten.

a) Bei konstanter Temperatur ist der Druck p eine Funktion von V. Geben Sie diese Funktion an (mit Definitionsbereich).

b) Bestimmen Sie für $a = 3$, $b = \frac{1}{3}$ und $R = \frac{8}{3}$ den Temperaturbereich (als Teilmenge von $\mathbb{R}$), in dem diese Funktion keine reellen Nullstellen besitzt.

c) Zeichnen Sie für die drei Temperaturwerte

$$8T = 7, 8 \text{ und } 9$$

die Funktionsgraphen (Isothermen) im Intervall $\frac{1}{3} < V < 4$ in ein Schaubild (a, b, R wie in b) gewählt). Zeichnen Sie dabei so genau wie möglich.

Begründen Sie ihre Antworten und geben Sie die entsprechenden Abbildungen (mit Definitionsbereich!) an.

(4 P)

Aufgabe 2
Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv, welche surjektiv und welche bijektiv?

$$\begin{aligned}
f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, &\qquad f(x) = |x| \\
g : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}, &\qquad g(x) = |x| \\
h : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, &\qquad h(x) = |x| \\
j : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, &\qquad j(x) = 2x - 5 \\
k : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, &\qquad k(x) = 2x - 5
\end{aligned}$$

Aufgabe 3
Warum ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto e^{-x^2}$ weder injektiv noch surjektiv? Schränken Sie Bildbereich und Definitionsbereich auf zwei verschiedene Weisen so ein, dass die Funktion umkehrbar ist und geben Sie die Umkehrfunktion an.

Abgabe: **Donnerstag, 17.11.2005 in der Vorlesung oder Freitag, 19.11.2005 bis 12:00 in den Kästen. Für jede Aufgabe ein eigenes Blatt nehmen sowie auf jedem Blatt Namen, Matrikelnummer und die Übungsgruppe eintragen. Sie dürfen in Gruppen bis zu zwei Personen abgeben.**