Fachbereich Mathematik und Informatik **SoSe 2006**
Prof. Dr. Andreas Meister
Dr. Philipp Birken

Numerik I

Aufgabenblatt 2

Aufgabe 1

a) Gegeben sei die Matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

mit

$$\boldsymbol{A}_{ii} \in \mathbb{R}^{m_i \times m_i}, \quad i = 1, 2$$

wobei

$$m_1 + m_2 = n$$

und

$$\det \boldsymbol{A}_{ii} \neq 0, \quad i = 1, 2$$

gilt.

Man zeige, dass $\boldsymbol{A}$ invertierbar ist und bestimme eine Blockdarstellung der Inversen $\boldsymbol{A}^{-1}$.

b) Unter Benutzung geeigneter Blockbildungen berechne man die Inverse von

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 7 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(4 P)

Aufgabe 2

Es sei $C[0,1]$ der lineare Raum der auf $[0,1]$ stetigen Funktionen. Zeigen Sie

$$\|f\|_\infty := \max_{0 \leq x \leq 1} |f(x)| \quad \text{für alle} \quad f \in C[0,1]$$

und

$$\|f\|_2 := \left(\int_0^1 |f(x)|^2 dx \right)^{1/2} \quad \text{für alle} \quad f \in C[0,1]$$

sind Normen auf $C[0,1]$ und diese Normen sind nicht äquivalent. (4 P)

Aufgabe 3

a) Starten Sie Matlab. Arbeiten Sie die ersten zehn Seiten des Matlab-Tutoriums durch.

b) Starten Sie den Editor Ihrer Wahl und erzeugen Sie eine Datei mit dem Namen NAMEblatt2.m, in der Sie alle Befehle die Sie im folgenden benutzen, abspeichern. NAME ist dabei Ihr Name, z.B. birkenblatt2.m.

c) Lösen Sie mit Hilfe von Matlab das Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Die rechte Seite geben Sie am besten mittels b=[1 1 1]' ein. Das ' steht in Matlab für transponiert. Geben Sie $\mathbf{A} * \mathbf{x}$ aus.

d) Lösen Sie nun mit Hilfe von Matlab das Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie $\mathbf{A} * \mathbf{x}$ aus. Erklären Sie die Ausgabe.

e) Ändern Sie die Einträge a_{11} und a_{55} von einer 2 zu einer 1 ab. Versuchen Sie das neue Gleichungssystem mit Hilfe von Matlab zu lösen. Erklären Sie die Ausgabe.

f) Schicken Sie die Datei NAMEblatt2.m per email an die Korrekteure unter

numerikabgabe@mathematik.uni-kassel.de. Ihre Erklärungen zur Aufgabe schreiben sie entweder als Kommentare in das m-file (% kommentiert in Matlab Zeilen aus) oder schriftlich auf einem separaten Blatt. Geben Sie auf jedenfall einen Ausdruck mit ab.

(8 P)

Abgabe: **Dienstag, 2.5.2004 vor der Vorlesung**