

**Aufgabe 1 (8 Punkte)**

Schreiben Sie eine Prozedur, die für ein trigonometrisches Polynom  $p(x, y) \in \mathbb{Q}[x, y]/\langle x^2 + y^2 - 1 \rangle$  mit  $x = \cos(t)$  und  $y = \sin(t)$  die kanonische Form

(a)  $p_1(x) \cdot y + p_2(x)$ , ( $p_1, p_2 \in \mathbb{Q}[x]$ ) bzw.  
 $q_1(y) \cdot x + q_2(y)$ , ( $q_1, q_2 \in \mathbb{Q}[y]$ )

(b)  $a_0 + \sum_{k=1}^N a_k \cos(kt) + \sum_{k=1}^N b_k \sin(kt)$

bestimmt. Verwenden Sie diese Prozeduren, um kanonische Formen von  $x^{10} - y^{10}$  und  $(x+y)^5$  zu erhalten.

**Aufgabe 2 (8 Punkte)**

(a) Geben Sie die formalen Potenzreihen

$$a(x) = \sum_{k=0}^{\infty} x^k, \quad b(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} x^k \quad \text{sowie} \quad c(x) = \sum_{k=0}^{\infty} k! x^k$$

als Reihen bis zur Ordnung 10 ein.

- (b) Berechnen Sie alle möglichen Summen und Produkte der drei Reihen.  
(c) Beschreiben Sie genau die Bedeutung der einzelnen Komponenten eines `SeriesData`-Objektes.  
(d) Benutzen Sie die Ergebnisse aus (c) zur Programmierung der Funktionen `Variable[a]`, `Ordnung[a]`, `Abbruchordnung[a]`, welche die Variable, die Ordnung bzw. die Abbruchordnung der Reihe  $a$  ausgeben. All diese Programme sind Einzeiler!