

### Aufgabe 1

Schreiben Sie eine Prozedur, die eine holonome Differentialgleichung für  $f(x)$  in eine holonome Rekursion für die zugehörigen Koeffizienten  $a_k$  ( $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ ) umwandelt und wenden Sie diese auf folgende Differentialgleichungen an.

1.  $f''(x) - xf(x) = 0$
2.  $(1 - x^2)f''(x) - 2xf'(x) + n^2f(x) = 0$
3. Differentialgleichung von  $\sin(x) + \arctan(x)$

### Aufgabe 2

Schreiben Sie die folgenden elementaren Funktionen als verallgemeinerte hypergeometrische Funktionen

$${}_pF_q \left( \begin{matrix} \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p \\ \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q \end{matrix} \middle| x \right).$$

$$(a) \cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k!} x^{2k}$$

$$(b) (1+x)^n = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} x^k$$

$$(c) \ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} x^k$$

$$(d) \arctan(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} x^{2k+1}$$