

Aufgabe 1: (Von der Funktion zur Potenzreihe)

Bestimmen Sie für folgende Funktionen die zugehörige Potenzreihe gemäß Algorithmus 10.26.

1. $\sin(x) \cdot \cos(x)$
2. $\arctan(x)$

Hinweis: Verwenden Sie, wenn möglich, Ergebnisse aus Blatt 4.

(8 Punkte)

Aufgabe 2: (Von der Potenzreihe zur Funktion)

Verwenden Sie folgende Vorgehensweise, um die Funktionen zu bestimmen, die durch die Potenzreihen

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k, \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!^2} x^k \quad \text{und} \quad \sum_{k=0}^{\infty} k^2 x^k$$

dargestellt werden.

Eingabe: a_k von $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$

1. Aufstellen einer holonomen Rekursion für den Summanden a_k
2. Konversion der holonomen Rekursion in eine holonome Differentialgleichung für $f(x)$ (Mittels REtoDE)
3. Lösen der holonomen Differentialgleichung unter Verwendung geeigneter Anfangswerte (z.B. mittels DSolve)

Ausgabe: $f(x)$

(8 Punkte)