Aufgabe 1: (Fasenmyer-Algorithmus)
Verwenden Sie die Prozedur `FasenmyerRE` aus der Vorlesung, um eine geschlossene Form für

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}^3$$

zu bestimmen. Stellen Sie die in der geschlossenen Form auftretenden Pochhammersymbole (oder Gammafunktionen) als Fakultäten dar. Hinweis: Fallunterscheidung n gerade/ungerade

(6 Punkte)

Aufgabe 2: (Fasenmyer-Algorithmus für Differentialgleichungen)
Schreiben Sie eine Prozedur, die eine dem Fasenmyer-Algorithmus sehr ähnliche Vorgehensweise verwendet, aber anstelle einer Rekursionsgleichung eine Differentialgleichung für

$$S(x) := \sum_{k \in \mathbb{Z}} F(x, k)$$

bestimmt.

Beim herkömmlichen Fasenmyer-Algorithmus muss die Eingabe $F(n, k)$ ein hypergeometrischer Term in n und k sein. Welche Eigenschaft muss die Eingabe $F(x, k)$ nun besitzen, damit der Algorithmus funktioniert?

Verwenden Sie Ihre Implementation, um Normalformen (Differentialgleichung + Anfangswerte) für

1. $P_n(x) = \sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} \binom{n}{k}\binom{-n-1}{k}\left(\frac{1-x}{2}\right)^k$ (Legendre-Polynome)
2. $J_n(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(n+k)!\,k!}\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n}$ (Bessel-Funktionen)
3. $F(x) = \sin(x)$

zu erhalten.

(10 Punkte)