1. In der Vorlesung wurde folgendermaßen argumentiert, um für das Polynom $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} A_k \cdot a^k b^{n-k}$ den Koeffizienten A_k von $a^k b^{n-k}$, $0 \leq k \leq n$ herauszufinden: Wir betrachten im Produkt $(a+b)^n$ die n Faktoren $(a+b)$ und überlegen, auf wie viele Weisen genau k dieser Faktoren nach dem Ausmultiplizieren ein a beitragen (die verbleibenden Faktoren liefern dann $n-k$ Faktoren b). Das entspricht dem Bilden von k-elementigen Teilmengen aus n Elementen. Nach dem Ausklammern steht also ein Ausdruck da, in dem genau $\binom{n}{k}$ mal $1 \cdot a^k b^{n-k}$ auftaucht. Das summiert sich zu $\binom{n}{k} a^k b^{n-k}$. Also ist $A_k = \binom{n}{k}$.
   Nun fragen wir uns nach dem Koeffizienten B_{kl} von $a^k b^l c^{n-k-l}, k+l \leq n$ in $(a+b+c)^n = \sum_{k=0}^{n} \sum_{l=0}^{n-k} B_{kl} a^k b^l c^{n-k-l}$. Beispiel:
   Es ist $(a+b+c)^4 = c^4 + 4ac^3 + 6a^2c^2 + 4a^3c + a^4 + 4bc^3 + 12abc^2 + 12a^2bc + 4a^3b + 6b^2c^2 + 12ab^2c + 6a^2b^2 + 4b^3c + 4ab^3 + b^4$. Für $k = 2, l = 1$ ist der Koeffizient von $a^2b^1c^1$ gerade 12.

   Überlegen Sie sich mit einer ähnlichen Argumentation, wie nach Ausmultiplizieren von $(a+b+c)^n$ der Koeffizient B_{kl} von $a^k b^l c^{n-k-l}, k+l \leq n$ aussieht. (3 Punkte)

2. Wir betrachten die "Vandermondesche Identität":

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{r}{k} \binom{s}{n-k} = \binom{r+s}{n}, r, s \in \mathbb{N}. \tag{1}$$

   Zeigen Sie diese Identität mittels folgender Überlegung:

   (a) Erläutern Sie: Sind R, S disjunkte Mengen mit $|R| = r, |S| = s$, so ist die rechte Seite von (1) die Anzahl der Möglichkeiten, Teilmengen N der Vereinigung $R \cup S$ mit genau $|N| = n$ Elementen zu bilden. (1 Punkt)

   (b) Bestimmen Sie nun zu $0 \leq k \leq r+s$, wie viele der möglichen N aus (2a) genau k Elemente aus R enthalten. (2 Punkte).

   (c) Zeigen Sie auf, warum aus (2a) und (2b) die Vandermondesche Identität folgt. (2 Punkte)

3. Berechnen Sie mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes (je 2 Punkte)
   (a) 1.02^3 (b) 1.003^4 (c) 397^2