

1. (**Konversion der Zahlendarstellung**) Rationale Zahlen schreibt man in natürlicher Weise als Brüche. Man kann sie aber auch als, eventuell periodische, Dezimalbrüche darstellen, oder allgemeiner in einem beliebigen Stellenwertsystem zur Basis b . Beide Darstellungen haben ihre Vor- und Nachteile (auch andere Stellenwertsysteme haben außer ihres didaktischen Wertes praktische Anwendungen. Etwa das Binärsystem oder das sogenannte Hexadezimalsystem bei hardwarenaher Programmierung oder das System zur Basis 60 bei Gradangaben.)

Bei den folgenden Aufgaben ist selbstverständlich die Rechnung mit anzugeben.

- (a) Konvertieren Sie folgende (im Dezimalsystem gegebenen) rationale Zahlen in das Stellenwertsystem zur Basis $b = 7$:

$$\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{1+3 \cdot 7}{49} \quad (2 \text{ Punkte})$$

- (b) Konvertieren Sie $\frac{1}{81}$ in einen Dezimalbruch. (2 Punkte)

- (c) Welcher rationalen Zahl entspricht der periodische Dezimalbruch $1, \overline{142857}$? (2 Punkte)

2. (**Zwei Polynomfunktionen**) Denken Sie bei den folgenden Aufgaben an den binomischen Lehrsatz und die Potenzgesetze:

- (a) Wir betrachten einen angeordneten Körper K . Zeigen Sie, dass die quadratische Funktion $f : K \rightarrow K, x \mapsto x^2 + 2x + 2$ keine Nullstelle in K hat. (2 Punkte)

- (b) Nimmt die Funktion $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, x \mapsto x^8 - 4 \cdot 2 \cdot x^6 + 6 \cdot 4 \cdot x^4 - 4 \cdot 8 \cdot x^2 + 16$ jemals den Wert 0 an? (2 Punkte).

3. (**Der Minimaltarif**) Die Energie und Wasser GmbH Potsdam bietet verschiedene Tarife für die Versorgung mit Erdgas, bei denen eine bestimmte Grundgebühr und eine Verbrauchsgebühr anfällt. Einen Kleinverbrauchstarif (KV), einen Grundpreistarif (GP), und Sonderpreise (SP), von denen es drei gibt, wir betrachten aber der Einfachheit halber nur einen davon. Die Einheit für die Kostenberechnung ist der gelieferte Heizwert in Kilowattstunden (kWh).

	KV	GP	SP
Grundgebühr in €	23,210	64,440	104,320
Verbrauchspreis in $\frac{\text{€}}{\text{kWh}}$	5,841	4,461	3.848

- (a) Stellen Sie die drei Tarife für einen Verbrauch von 0 bis 8000 kWh graphisch dar (Einheiten: x -Achse: 1 cm = 1000 kWh, y -Achse: 2 cm = 100 €). (2 Punkte)
- (b) Berechnen Sie: Für welchen Verbrauch stimmen die Tarife KV und GP, und für welchen Verbrauch stimmen die Tarife GP und SP überein? (Tipp: den ungefähren Wert können Sie zur Probe aus den gezeichneten Graphen ablesen.) (2 Punkte)
- (c) Markieren Sie im selben Diagramm farblich abgesetzt den Verbrauchspreis, der fällig wird, wenn man stets den für die abgenommene Energiemenge günstigsten Tarif wählt. (1 Punkt)