In[26]:= $\text{Länge}[a\_] := \sqrt{\sum_{k=1}^{\text{Length}[a]} a[[k]]^2}$

In[27]:= `Spat[a_, b_, c_] := Expand[Cross[a, b].c]`

Schnittpunkte von Geraden: Beispiel 2.7

In[28]:= `g1 = {4, 2, 3} + t {1, 2, 3}`

Out[28]= $\{t+4, 2t+2, 3t+3\}$

In[29]:= `g2 = {1, 0, 2} + u {3, 2, 1}`

Out[29]= $\{3u+1, 2u, u+2\}$

In[30]:= `sol = Solve[g1 == g2, {t, u}]`

Out[30]= $\{\{t \to 0, u \to 1\}\}$

In[31]:= `g1 /. sol[[1]]`

Out[31]= $\{4, 2, 3\}$

In[32]:= `g3 = {1, 0, 2} + t {6, 4, 2}`

Out[32]= $\{6t+1, 4t, 2t+2\}$

In[33]:= $g4 = \{1, 1, 1\} + u \left\{1, 1, \frac{1}{2}\right\}$

Out[33]= $\left\{u+1, u+1, \frac{u}{2}+1\right\}$

In[34]:= `sol = Solve[g3 == g4, {t, u}]`

Out[34]= $\{\}$

Abstand Punkt - Gerade

Abstand g1 vom Ursprung

In[35]:= `a = {1, 2, 3}; r1 = {0, 0, 0}; r0 = {4, 2, 3};`

In[36]:= $d = \frac{\text{Länge}[\text{Cross}[a, r1 - r0]]}{\text{Länge}[a]}$

Out[36]= $3\sqrt{\frac{13}{14}}$

Abstand Gerade- Gerade

Abstand g1 von g2

In[37]:= `a1 = {1, 2, 3}; a2 = {3, 2, 1}; r1 = {4, 2, 3}; r2 = {1, 0, 2};`

In[38]:=
```
d = Abs[Spat[a1, a2, r2 - r1]] / Länge[Cross[a1, a2]]
```
Out[38]= 0

- **Abstand g3 von g4**

In[39]:=
```
a1 = {6, 4, 2}; a2 = {1, 1, 1/2}; r1 = {1, 0, 2}; r2 = {1, 1, 1};
```
In[40]:=
```
d = Abs[Spat[a1, a2, r2 - r1]] / Länge[Cross[a1, a2]]
```
Out[40]= $\frac{3}{\sqrt{5}}$

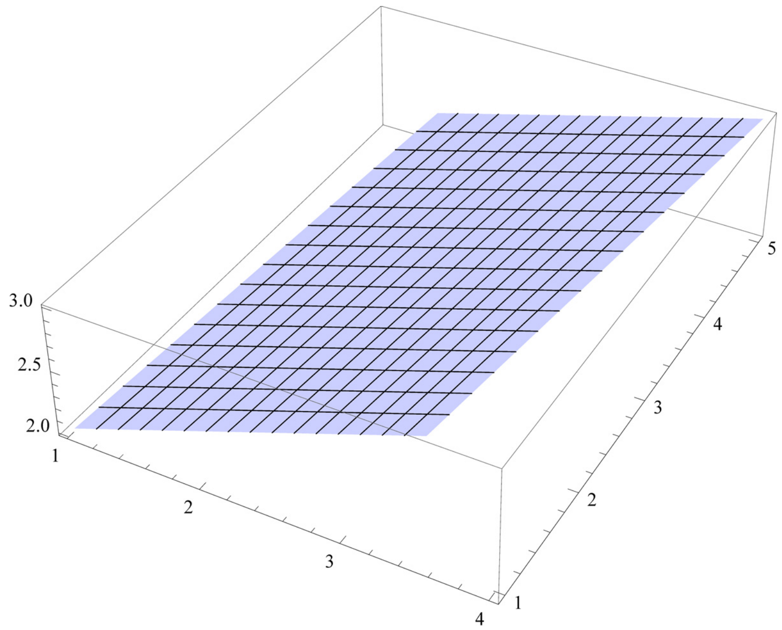
Ebene

- **Wir betrachten die Parameterdarstellung einer Ebenengleichung:**

In[41]:=
```
gleichung = {x, y, z} == {1, 1, 2} + r * {2, 1, 0} + s * {1, 3, 1}
```
Out[41]= $\{x, y, z\} == \{2r + s + 1, r + 3s + 1, s + 2\}$

- **und stellen die Ebene graphisch dar:**

In[42]:=
```
ParametricPlot3D[gleichung[[2]], {r, 0, 1}, {s, 0, 1}]
```
Out[42]=



- **Durch Elimination von r und s erhält man die Koordinatenfrom der Ebene:**

In[43]:=
```
Eliminate[gleichung, {r, s}]
```
Out[43]= $2y - 5z + 9 == x$

- **Dies kann man auch durch Lösen eines linearen Gleichungssystems ermitteln:**

In[44]:= `Solve[gleichung, {x, r, s}]`

Out[44]= $\{\{x \to 2\,y - 5\,z + 9,\ r \to y - 3\,z + 5,\ s \to z - 2\}\}$

In[45]:= `sol = Solve[gleichung, {z, r, s}]`

Out[45]= $\left\{\left\{z \to \frac{1}{5}\,(-x + 2\,y + 9),\ r \to \frac{3\,x}{5} - \frac{y}{5} - \frac{2}{5},\ s \to -\frac{x}{5} + \frac{2\,y}{5} - \frac{1}{5}\right\}\right\}$

- **oder mit dem Vektorprodukt:**

In[46]:= `n = Cross[{2, 1, 0}, {1, 3, 1}]`

Out[46]= $\{1, -2, 5\}$

In[47]:= `n.{x, y, z} == n.{1, 1, 2}`

Out[47]= $x - 2\,y + 5\,z == 9$

- **Hessesche Normalform**

In[48]:= `n = n / Länge[n]`

Out[48]= $\left\{\frac{1}{\sqrt{30}},\ -\sqrt{\frac{2}{15}},\ \sqrt{\frac{5}{6}}\right\}$

In[49]:= `n.{x, y, z} == n.{1, 1, 2}`

Out[49]= $\frac{x}{\sqrt{30}} - \sqrt{\frac{2}{15}}\,y + \sqrt{\frac{5}{6}}\,z == -\sqrt{\frac{2}{15}} + \sqrt{\frac{10}{3}} + \frac{1}{\sqrt{30}}$

- **Man kann den Abstand der Ebene zum Urspung ablesen:**

In[50]:= `n.{1, 1, 2}`

Out[50]= $-\sqrt{\frac{2}{15}} + \sqrt{\frac{10}{3}} + \frac{1}{\sqrt{30}}$

In[51]:= `Simplify[%]`

Out[51]= $3\sqrt{\frac{3}{10}}$

- **Graphische Darstellung der Koordinatenform:**

In[52]:=
```
Plot3D[z /. sol[[1]], {x, -5, 5}, {y, -5, 5}]
```

Out[52]=