

Aufgabe 1

(a) Gegeben seien die Geraden

$$g_1 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (s \in \mathbb{R})$$

und

$$g_2 : \vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$$

sowie der Punkt $P = (-2, 3, 4)$, wobei g_1 und g_2 windschief sind.
Bestimmen Sie den Abstand

- (i) von Punkt P zur Geraden g_1 .
- (ii) zwischen den Geraden g_1 und g_2 .

(b) Bestimmen Sie die parameterfreie Gleichung der Ebene E , die durch den Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und den Punkt $A = (-3, 5, 6) \in E$ beschrieben wird.

Aufgabe 2 Durch die Punkte $P = (-1, 2, 3)$, $Q = (2, -2, 5)$ und $S = (0, 2, -1)$ sei eine Ebene E gegeben.

- (a) Man bestimme die Gleichung von E (in Parameterform und in parameterfreier Form).
- (b) Man bestimme den Abstand von Punkt $R = (-2, 2, 3)$ zur Ebene E .

Aufgabe 3 Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen sowie deren Beträge.

- (a) $z = (2 + i)(2 - 3i)(2i + 3)$
- (b) $z = \frac{2-3i}{-4+i}$
- (d) $z = \frac{w+1}{w-i}$ ($w \in \mathbb{C}$). Hinweis: Setzen Sie $w = u + iv$.

Aufgabe 4

(a) Lösen Sie für $z \in \mathbb{C}$ folgende Gleichung:

$$z^2 + z + 1 = 0.$$

(b) Auf welcher Kurve in der Gauß-Ebene liegen die komplexen Zahlen z , die durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$\operatorname{Im}(z - 3) = |2z - i|$$

Hinweis: Setzen Sie $z = x + iy$.

(Bitte wenden)

Aufgabe 5 (5 Punkte)

(a) Durch die Gleichung

$$3x + 2y - z = 5$$

wird eine Ebene E gegeben. Durch die Punkte $A = (-1, 2, 3)$ und $B = (-3, 4, 5)$ geht eine Gerade g .

(i) Man bestimme eine Parameterdarstellung der Geraden g .

(ii) Man bestimme den Abstand zwischen E und g .

(b) (i) Geben Sie den Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahl an.

$$z = \frac{1}{1 + \frac{1}{1-i}} - 2 + 3i$$

(ii) Auf welcher Kurve in der Gauß-Ebene liegen die komplexen Zahlen z , die durch die folgende Gleichung beschrieben werden

$$|z - 2i|^2 = \operatorname{Re}(z + 2)$$

Hinweis: Setzen Sie $z = x + iy$.

Abgabetermin: Montag, 22.11.2010 um 10:15 Uhr vor dem Beginn der Vorlesung im Hörsaal.

WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen, Vornamen, Matrikelnummer, Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin_alg-WS10.html