Prof. Dr. W. Koepf
Dr. E. Nana Chiadjeu, Dr. T. Sprenger

UNIKASSEL VERSITÄT

Lineare Algebra für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 05 **22.11.2010**

Aufgabe 1

(a) Sei $z_1 = 1 + i$ und $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. Mit Hilfe der Polardarstellung von z_1 und z_2 berechne man $z_1^4 z_2^8$.

(b) Man löse die Gleichung

$$z + 1 = (z - 1)(z - 2i)\ .$$

Aufgabe 2

(a) Geben Sie den Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahl an:

$$\frac{(\cos(\frac{\pi}{21}) + i\sin(\frac{\pi}{21}))^7}{(\cos(\frac{2\pi}{15}) + i\sin(\frac{2\pi}{15}))^5}\ .$$

(b) Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck:

$$z = 16\left(\frac{i}{1-i}\right)^8\ .$$

Aufgabe 3 Welche Kurven werden in der Gaußschen Ebene durch

$$\mathrm{Im}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = c \quad (c \in \mathbb{R})$$

beschrieben?

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(a) (i) Wie lauten die drei komplexen Lösungen $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ der folgenden Gleichung?

$$z^3 = -1 + i$$

(ii) Skizzieren Sie die Lösungsmenge in der Gauß-Ebene.

(iii) Berechnen Sie die Summe $z_1 + z_2 + z_3$ und das Produkt $z_1 z_2 z_3$.

(b) (i) Geben Sie die komplexe Zahl $z_0 = \sqrt{2+\sqrt{2}} - i\sqrt{2-\sqrt{2}}$ in Polardarstellung an. (Geben Sie den Winkel in Grad an.)

(ii) Wie lauten die Lösungen der Gleichung?

$$z^2 - 4iz = 4 + z_0$$

(c) Man finde die komplexen Nullstellen des Polynoms

$$p(z) = z^3 + z^2 + 4z - 6$$

und schreibe $p(z)$ in faktorisierter Form.

Abgabetermin: Montag, 29.11.2010 um 10:15 Uhr vor dem Beginn der Vorlesung im Hörsaal.
WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen**, **Vornamen**, **Matrikelnummer**, **Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin_alg-WS10.html