

Übungsblatt 06

Aufgabe 1

Gegeben sei das folgende Gleichungssystem S

$$\begin{aligned} 3x_2 - 6x_3 - 3x_4 &= -6 \\ -8x_1 - 12x_2 + 4x_3 - 8x_4 &= -2 \\ -x_2 + 2x_3 + x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

- (a) Man schreibe S in Matrixform $A\vec{x} = \vec{b}$.
- (b) Verwenden Sie den Gauß-Algorithmus, um die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems S zu bestimmen.
- (c) Welchen Zeilenrang besitzt die
 - (i) Matrix A ?
 - (ii) erweiterte Matrix $(A|\vec{b})$?

Aufgabe 2

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= a \\ 2x + 6y - 11z &= b \\ x - 2y + 7z &= c \end{aligned}$$

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus, welche Bedingung die reellen Parameter a , b und c erfüllen müssen, damit das Gleichungssystem lösbar ist.
- (b) Lösen Sie das Gleichungssystem und geben Sie eine geometrische Interpretation der Lösung.

Aufgabe 3

Sei in der Ebene $\mathbb{R}^2$ die Gerade g beschrieben durch die folgende Parameterdarstellung:

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Bestimmen Sie die parameterfreie Gleichung von g , indem Sie den Gauß-Algorithmus verwenden, um den Parameter t zu eliminieren.

(Bitte wenden)

Aufgabe 4 (5 Punkte)

(a) Betrachten Sie das folgende lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}ax + y + 6z &= 9 \\x + y + 3z &= 4 \\x - 2y - 3z &= -4\end{aligned}$$

in den Unbekannten x , y und z . Dabei ist a eine reelle Konstante.

Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Konstante a so, dass dieses Gleichungssystem keine Lösung besitzt.

(b) Sei im Raum $\mathbb{R}^3$ die Ebene E beschrieben durch die folgende Parameterdarstellung:

$$E : \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad (s, t \in \mathbb{R})$$

(i) Schreiben Sie die obige Parameterdarstellung von E in der Matrixform $A \begin{pmatrix} s \\ t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{b}$

- (ii) Bestimmen Sie die parameterfreie Gleichung von E , indem Sie den Gauß-Algorithmus verwenden, um die Parameter s und t zu eliminieren.
- (iii) Bestimmen Sie die parameterfreie Darstellung der Ebene E , also $\vec{n} \cdot \vec{r} = \vec{n} \cdot \vec{r}_0$ über das Vektorprodukt und vergleichen Sie die beiden Ergebnisse.

Abgabetermin: Montag, 6.12.2010 um 10:15 Uhr vor dem Beginn der Vorlesung im Hörsaal.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen, Vornamen, Matrikelnummer, Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin_alg-WS10.html