

**Übungsblatt 09**

**Aufgabe 1** Gegeben sei die Menge  $B = \left\{ \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} i \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$ .

- (a) Man zeige, dass  $B$  eine Basis des  $\mathbb{C}^2$  ist.
- (b) Wie lauten die Übergangsmatrizen der kanonischen Basis des  $\mathbb{C}^2$  zur Basis  $B$  und umgekehrt?
- (c) Man gebe die Koordinaten der Vektoren  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ i \end{pmatrix}$  und  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3i \end{pmatrix}$  in der Basis  $B$  an.
- (d) Wie lauten die Übergangsmatrizen der Basis des  $B$  zur Basis  $B_1 = \{\vec{u}, \vec{v}\}$  und umgekehrt?

**Aufgabe 2** Gegeben sei im Vektorraum  $\mathbb{C}^3$  die Basis

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}.$$

Man erzeuge aus  $B$  eine Orthonormalbasis.

**Aufgabe 3** Sei  $\mathbb{V} = \{a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \mid a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}\}$  der Vektorraum aller reellen Polynome bis zum Grad 3 und  $M = \{x^2 + x + 1, x - 1, x^3 - x^2 + 2\} \subseteq \mathbb{V}$ .

- (a) Sind die drei Polynome aus  $M$  linear abhängig?
- (b) Bildet die Menge  $M$  eine Basis von  $\mathbb{V}$ ?

**Aufgabe 4 (5 Punkte)** Gegeben seien im Vektorraum  $\mathbb{R}^3$  die Mengen

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{und} \quad B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

- (a) Man zeige, dass  $B_1$  und  $B_2$  Basen des  $\mathbb{R}^3$  sind.
- (b) Man bestimme die Basisübergangsmatrix von  $B_1$  zur Basis  $B_2$  und umgekehrt.
- (c) Man erzeuge aus  $B_1$  eine Orthogonalbasis des  $\mathbb{R}^3$ .

---

**Abgabetermin:** Montag, 17.01.2011 um 10:15 Uhr vor dem Beginn der Vorlesung im Hörsaal.

**WICHTIG:** Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen, Vornamen, Matrikelnummer, Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf [http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin\\_alg-WS10.html](http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf/Elektrotechnik/lin_alg-WS10.html)