Übungszettel 6

33. Überprüfen Sie, ob die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{V}^3$$

linear abhängig sind.

34. Die Ebene E sei gegeben durch die Parameterdarstellung

$$\vec{r} = s \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = s\,\vec{a} + t\,\vec{b}\,.$$

Stellen Sie den Punkt $\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -10 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ dar und zeigen Sie damit, dass $\vec{x} \in E$ liegt.

35. Gegeben sei der Vektorraum $V_n = \{p\,(x) \mid p \text{ ist ein Polynom vom Grad} \leqq n\}$.

   (a) Zeigen Sie, dass die Potenzen $1, x, x^2, \ldots, x^n$ eine Basis von V_n bilden, d. h. insbesondere

   (b) $\dim V_n = n + 1$,

   (c) $1, x, x^2, \ldots, x^n$ sind linear unabhängig.

36. Bestimmen Sie die Grenzwerte

   (a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x}{x}$, (b) $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\sin x}{x - \pi}$.

   <u>Hinweis:</u> Verwenden Sie bei (b) die Substitution $y = x - \pi$ und Ihre Formelsammlung.

37. Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{h \to 0} e^{\frac{2^h - 1}{h}}$$

numerisch, d.h. durch Einsetzen „kleiner“ Werte für h .

38. Gegeben sei die Funktion

$$f\,(x) = \frac{x^3 + 2x - 12}{x^2 - 4}$$

   (a) Geben Sie den natürlichen Definitionsbereich an.

   (b) An welchen Stellen könnten Pole liegen?

   (c) Bestimmen Sie Polstellen und hebbare Stellen, an welchen $f(x)$ also stetig ergänzt werden kann. Durch welche Werte?

   (d) Geben Sie die Asymptote von $f(x)$ für $x \to \infty$ an.