Wolfram Koepf
Andreas Klein

5.12.2006

Übungen zur geometrischen Funktionentheorie

Blatt 7

Aufgabe 1:

Die Menge T der typisch-reellen Funktionen ist definiert durch

$$T = \{f \in N \mid \operatorname{Im} z \cdot \operatorname{Im} f(z) \geq 0\} \ .$$

Zeigen Sie $f(z) = z + z^3$ ist typisch reell, aber nicht schlicht.

Aufgabe 2:

Beweisen Sie die folgende alternative Charakterisierung der Extrempunkte der abgeschlossen konvexen Hülle der nahezu konvexen Funktionen.

$f \in \mathrm{E}\overline{co}C$, genau dann wenn $f \in S$ und $f(\mathbb{D})$ die konvexe Ebene ohne einen geradlinien Schlitz ist.

Hinweis: Verwenden Sie den aus der Vorlesung bekannten Satz

$$\mathrm{E}\overline{co}C = \left\{ f \in A \,\middle|\, f(z) = \frac{z - \frac{e^{i\theta}+e^{i\phi}}{2} z^2}{(1-e^{i\theta}z)^2} \right\} \ .$$

Aufgabe 3:

Zeigen Sie $f : \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ mit

$$f(z) = \frac{z}{(1-e^{it}z)(1-e^{-it}z)}$$

bildet den Einheitskreis auf ein Gebiet mit zwei geradlinigen Schlitzen ab. Beschreiben Sie die Lage der Schlitze.

Abgabe: Mittwoch, 13.12.2006, vor der Übung.