UNIKASSEL VERSITÄT
Prof. Wolfram Koepf
Peter Horn

Übungen Lineare Algebra II

Blatt 2

SS 2004
03.05.04

Aufgabe 1 (Spatprodukt): Seien $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ und $x \in \mathbb{R}^3$ eine beliebige Linearkombination

$$x = \lambda u + \mu v + \eta w, \quad \lambda, \mu, \eta \in \mathbb{R},$$

so gelten

$$\lambda = \frac{[x,v,w]}{[u,v,w]}, \quad \mu = \frac{[u,x,w]}{[u,v,w]} \quad \text{und} \quad \eta = \frac{[u,v,x]}{[u,v,w]}. \tag{1}$$

a. Welche Voraussetzungen muss man an u, v, w stellen? [2]

b. Benutze nur das Kreuz- und Skalarprodukt, um (1) zu zeigen. [4]

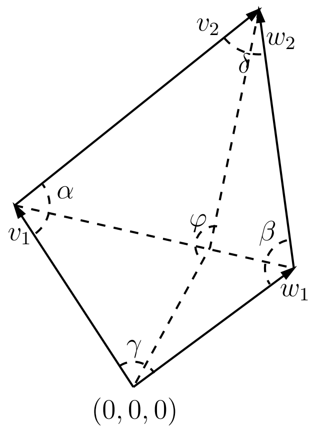
c. Welchem Verfahren aus Linearer Algebra I entspricht (1) und warum? [4]

[10]

Aufgabe 2 (Ein bisschen Geometrie):

Seien

$$v_1 = (-5,3,0)^T,$$
$$v_2 = (2,0,4)^T,$$
$$w_1 = (1,3,0)^T,$$
$$w_2 = (-4,0,4)^T \in \mathbb{R}^3 \quad \text{mit}$$
$$v_1 + v_2 = w_1 + w_2.$$



a. Berechne die Winkel $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und φ. [3]

b. Wie stehen die Ebenen, die von v_1, w_1 bzw, v_2, w_2 aufgespannt werden, zueinander? [1]

c. Seien $u, v, w \in \mathbb{R}^3$. Zeige: $|[u,v,w]|$ entspricht dem Volumen des von u, v, w aufgespannten Spats. [3]

d. Wie kann im $\mathbb{R}^3$ der Abstand eines Punktes zu einer Geraden berechnet werden? (Vgl. Vorlesung.) [3]

[10]

Aufgabe 3 (Vektorprodukt): Seien $u, v, w, u', v' \in \mathbb{R}^3$ reelle Vektoren.

a. Zeige: $(u \times v) \times (u' \times v') = u' \det(u,v,v') - v' \det(u,v,u')$ [4]

b. Zeige: $\langle u \times v, u' \times v' \rangle = \langle u, u' \rangle \langle v, v' \rangle - \langle v, u' \rangle \langle u, v' \rangle$ [4]

c. Zeige: u, v, w linear unabhängig $\iff$ $u \times v,\ v \times w, w \times u$ linear unabhängig. [2]

[10]

Abgabe bis 10. Mai 2004 11:00h in den Kästen im zweiten Stock.

[30]