UNIKASSEL VERSITÄT
Prof. Wolfram Koepf
Peter Horn

Übungen Lineare Algebra II

Blatt 6

SS 2004
01.06.04

Aufgabe 1 (Diagonalisierung): Sei

$$A := \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

a. Bestimme die Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ von A. [3]

b. Bestimme die Eigenvektoren von A. [3]

c. Bestimme eine orthogonale Matrix T, so dass [4]

$$T^T \cdot A \cdot T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

[10]

Aufgabe 2 (Anti-Selbstadjungierte Endomorphismen): Sei V ein euklidischer Vektorraum. Ein Endomorphismus $F \in \operatorname{End} V$ heisst *anti-selbstadjungiert*, wenn für alle $v, w \in V$ gilt: $\langle F(v), w \rangle = -\langle v, F(w) \rangle$.

a. Zeige: F ist genau dann anti-selbstadjungiert, wenn für alle $v \in V$ gilt $\langle F(v), v \rangle = 0$. [6]

b. Zeige: Ist F anti-selbstadjungiert und λ Eigenwert von F, so ist $\lambda = 0$. [4]

c. Sei $B = (e_1, \ldots, e_n)$ eine Orthonormalbasis von V. Zeige: [10]

$$F \text{ anti-selbstadjungiert } \iff M_B(F) \text{ schiefsymmetrisch.}$$

[20]

Abgabe bis 07. Juni 2004 11:00h in den Kästen im zweiten Stock.

[30]