UNIKASSEL VERSITÄT
Prof. Wolfram Koepf
Peter Horn

# Übungen Lineare Algebra II

Blatt 8

SS 2004
14.06.04

---

**Aufgabe 1 (Bewegungen):** Sei $V$ ein euklidischer Vektorraum und $\|\cdot\|$ die euklidische Norm. Eine Abbildung $\sigma : V \to V$ heißt *Bewegung*, wenn

$$\|\sigma(v) - \sigma(w)\| = \|v - w\|$$

für alle $v, w \in V$ gilt.

a. Zeige: Es gibt nur vier Arten von Bewegungen, nämlich: [10]

- Translationen,
- Rotationen um beliebige Punkte,
- Spiegelungen an beliebigen Geraden,
- Gleitspiegelungen (was das ist, könnt Ihr selber rausbekommen).

(Tipp: Zeige zunächst, dass Translationen Bewegungen sind, dann betrachte Kompositionen mit linearen Bewegungen.) **[10]**

**Aufgabe 2 (Parameterabhängige Quadrik):** Betrachte die von einem Parameter $\gamma \in \mathbb{R}$ abhängige Quadrik

$$x_1^2 - 2x_2^2 + \gamma x_3^2 + 4x_1x_2 + 2\sqrt{5}x_1 + 4\sqrt{5}x_2 + \gamma = 0.$$

a. Schreibe die Quadrik in Matrixform. [4]

b. Gib den Typ der Quadrik in Abhängigkeit von $\gamma$ an. [6]

**[10]**

**Aufgabe 3 (Skalarprodukt):** Sei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ein Skalarprodukt, das bezüglich der kanonischen Basis gegeben ist durch die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

a. Überprüfe, ob $A$ darstellende Matrix eines Skalarproduktes sein kann. [3]

b. Berechne die Normalform von $A$ (vgl. Satz 5.7.1.2) [7]

**[10]**

Abgabe bis 21. Juni 2004 11:00h in den Kästen im zweiten Stock. **[30]**