Fachbereich Mathematik **SoSe 2001**
Dr. Andreas Meister
Dr. Michael Breuss

Numerische Mathematik für Studierende der Wirtschaftsmathematik, der Lehrämter und der Naturwissenschaften

Aufgabenblatt 0

Aufgabe 1
Bestimmen Sie die jeweils größtmögliche Menge $M \subset \mathbb{R}^2$ derart, dass für alle $\boldsymbol{x} \in M$

a) $\|\boldsymbol{x}\|_\infty < \|\boldsymbol{x}\|_2 = 1 < \|\boldsymbol{x}\|_1$

b) $\|\boldsymbol{x}\|_\infty = \|\boldsymbol{x}\|_2 = \|\boldsymbol{x}\|_1$

c) $\|\boldsymbol{x}\|_1 > 0\,,\ \|\boldsymbol{x}\|_2 > 0\,,\ \|\boldsymbol{x}\|_\infty = 0$

d) $\|\boldsymbol{x}\|_1 < \|\boldsymbol{x}\|_2 = 1 < \|\boldsymbol{x}\|_\infty$

Aufgabe 2
Für welche reellen Werte α und β besitzt das System

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 2x_1 & + & x_2 & & & & & = & 0 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 0 \\ & & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ & & & & x_3 & + & \alpha & = & \beta \end{array}$$

a) eine eindeutige Lösung (man berechne diese),

b) mehrere Lösungen (man gebe die allgemeine Lösung an),

c) keine Lösung.

d) Man bestimme die Determinante der Systemmatrix $\boldsymbol{A}$.

Aufgabe 3

a) Welche der im folgenden gegebenen Vektoren sind linear abhängig?

$$\text{(i)} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 28 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{(ii)} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -15 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{(iii)} \begin{pmatrix} 7 \\ -12 \\ 25 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b) Man bestimme das $\alpha \in \mathbb{R}$, für das die folgenden Vektoren linear abhängig sind:

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

Für dieses α stelle man $\boldsymbol{v}_j \quad (j = 1, 2, 3)$ jeweils als Linearkombination der anderen Vektoren $\boldsymbol{v}_k \quad (k \neq j)$ dar.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2}}, \qquad x \neq 2.$$

a) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom dritten Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 4$.

b) Veranschaulichen Sie den Verlauf der Taylor-Polynme $T_0(x; x_0)$, $T_1(x; x_0)$ und $T_2(x; x_0)$.

c) Schätzen Sie den Approximationsfehler im Intervall $[3, 5]$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange

$$R_n(x; x_0) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1!)}(x - x_0)^{n+1}, \qquad \xi = x_0 + \Theta(x - x_0), \quad 0 < \Theta < 1,$$

ab.

Abgabe: **?**