

Numerische Mathematik für Studierende der Wirtschaftsmathematik, der Lehrämter und der Naturwissenschaften

Aufgabenblatt 8

Aufgabe 1

Bestimmen Sie das Polynom p zweiten Grades, das die Gleichungen

$$p(-1) = 4, \quad p(0) = 1 \quad \text{und} \quad p(1) = 0$$

erfüllt.

- a) Benutzen Sie die Lagrangesche Form des Interpolationspolynoms!
- b) Benutzen Sie die Newtonsche Interpolationsformel!
- c) Inwiefern unterscheiden sich die derartig bestimmten Polynome?

(4 P)

Aufgabe 2

Den Daten $(\frac{1}{4}, \frac{-5}{8})$, $(\frac{1}{2}, \frac{-1}{4})$, $(1, 2)$ und $(2, 23)$ werde das Interpolationspolynom p zugeordnet. Bestimmen Sie mit Hilfe des Neville-Algorithmus von Hand $p(-1)$ und $p(0)$!

(4 P)

Aufgabe 3

$p(x)$ sei ein nicht explizit bekanntes Polynom fünften Grades. Berechnungen für sechs unterschiedliche Stellen führen zu Näherungswerten $\tilde{p}(x)$ für die entsprechenden exakten Werte $p(x)$. Es sei

$$\begin{aligned}\tilde{p}(x) &= p(x) \quad \text{für } x = 0, 98, 99, 101, 102 \\ \text{und } \tilde{p}(x) &= p(x) + \epsilon \quad \text{für } x = 100.\end{aligned}$$

Diese Angaben mögen nun als Stützwerte für das Interpolationspolynom $\tilde{p}(x)$ dienen.
Berechnen Sie $\tilde{p}(2) - p(2)$!

(4 P)

Gegeben seien die Werte

$$\begin{aligned}x_0 &= 100 \quad \text{mit} \quad p(x_0) = -1, \\x_1 &= 101 \quad \text{mit} \quad p(x_1) = 2 \\ \text{und} \quad x_2 &= 102 \quad \text{mit} \quad p(x_2) = -1.\end{aligned}$$

Gesucht ist das quadratische Interpolationspolynom $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ zu den gegebenen Werten.

- a) Schreiben Sie die resultierenden Gleichungen als lineares Gleichungssystem!
- b) Lösen Sie das entstandene Gleichungssystem durch Gauß-Elimination!
- c) Wiederholen Sie die Schritte aus a) und b) für das Interpolationspolynom in der Form $p(x) = b_0 + b_1(x - x_2) + b_2(x - x_2)^2$!

(4 P)

Abgabe: Freitag, 01.06.2001 in der Vorlesung