Fachbereich Mathematik und Informatik **SoSe 2005**
Prof. Dr. Andreas Meister

Numerik II für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

a) Man bestimme Real- und Imaginärteil von

$$\text{(i)} \quad z = \frac{1+2i}{3-4i}\,, \quad \text{(ii)} \quad z = \overline{\left(\frac{2}{1-i}\right)}\,, \quad \text{(iii)} \; z = (i-1)^4 + (-1-i)^4\,.$$

b) Man bestimme die Polardarstellung $z = r\,e^{i\varphi}$ von

$$\text{(i)} \quad z = 1-i\,, \quad \text{(ii)} \quad z = \frac{2}{1-i}\,, \quad \text{(iii)} \; z = (1-i)^7\,.$$

Aufgabe 2

a) Welche der im folgenden gegebenen Vektoren sind linear abhängig?

$$\text{(i)} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 28 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{(ii)} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -15 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{(iii)} \begin{pmatrix} 7 \\ -12 \\ 25 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b) Man bestimme das $\alpha \in \mathbb{R}$, für das die folgenden Vektoren linear abhängig sind:

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

Für dieses α stelle man $\boldsymbol{v}_j \quad (j = 1,2,3)$ jeweils als Linearkombination der anderen Vektoren $\boldsymbol{v}_k \quad (k \neq j)$ dar.

Aufgabe 3

Gegeben sei die reellwertige Funktion $\quad f(x) = (x^2-1)\,e^x\,.$

Man diskutiere die Funktion. Dazu untersuche man im Einzelnen: Definitionsbereich, Symmetrien, Pole, Verhalten im Unendlichen und Asymptoten, Nullstellen, Extrema und Monotonie, Wendepunkte und Konvexität. Abschließend zeichne man den Graphen von $f(x)$.

Aufgabe 4
Gegeben ist das lineare Gleichungssystem $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ mit

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \beta \\ 16 \end{pmatrix} \quad .$$

a) Für welche Werte von α und β besitzt dieses Gleichungssystem

(i) eine eindeutige Lösung, (ii) keine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen ?

b) Für den Fall, dass $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ eindeutig lösbar ist, gebe man die Lösung in Abhängigkeit von den Parametern α, β an.

c) Man gebe eine Lösungsdarstellung für den Fall (iii) von unendlich vielen Lösungen an.

Abgabe: Freitag, 22.04.05 in der Vorlesung
Besprechung: Freitag, 29.04.05