Fachbereich Mathematik und Informatik **SoSe 2005**
Prof. Dr. Andreas Meister

Numerik II für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

a) Man bestimme Real- und Imaginärteil von

$$\text{(i)}\quad z = \frac{1+2i}{3-4i}\ ,\quad \text{(ii)}\quad z = \overline{\left(\frac{2}{1-i}\right)}\ ,\quad \text{(iii)}\ z = (i-1)^4 + (-1-i)^4\ .$$

b) Man bestimme die Polardarstellung $z = r\,e^{i\varphi}$ von

$$\text{(i)}\quad z = 1-i\ ,\quad \text{(ii)}\quad z = \frac{2}{1-i}\ ,\quad \text{(iii)}\ z = (1-i)^7\ .$$

Aufgabe 2

a) Welche der im folgenden gegebenen Vektoren sind linear abhängig?

$$\text{(i)}\begin{pmatrix}3\\0\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\28\\4\end{pmatrix}\qquad \text{(ii)}\begin{pmatrix}1\\1\\-3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-11\\7\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}8\\-15\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}\qquad \text{(iii)}\begin{pmatrix}7\\-12\\25\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}.$$

b) Man bestimme das $\alpha \in \mathbb{R}$, für das die folgenden Vektoren linear abhängig sind:

$$\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix}0\\2\\\alpha\end{pmatrix}.$$

Für dieses α stelle man $\boldsymbol{v}_j \quad (j = 1,2,3)$ jeweils als Linearkombination der anderen Vektoren $\boldsymbol{v}_k \qquad (k \neq j)$ dar.

Aufgabe 3

Gegeben sei die reellwertige Funktion $\qquad f(x) = (x^2-1)\,e^x$.

Man diskutiere die Funktion. Dazu untersuche man im Einzelnen: Definitionsbereich, Symmetrien, Pole, Verhalten im Unendlichen und Asymptoten, Nullstellen, Extrema und Monotonie, Wendepunkte und Konvexität. Abschließend zeichne man den Graphen von $f(x)$.

Aufgabe 4

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ mit

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \beta \\ 16 \end{pmatrix} \quad .$$

a) Für welche Werte von α und β besitzt dieses Gleichungssystem

(i) eine eindeutige Lösung, (ii) keine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen ?

b) Für den Fall, dass $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ eindeutig lösbar ist, gebe man die Lösung in Abhängigkeit von den Parametern α, β an.

c) Man gebe eine Lösungsdarstellung für den Fall (iii) von unendlich vielen Lösungen an.

Abgabe: **Freitag, 22.04.05 in der Vorlesung**
Besprechung: **Freitag, 29.04.05**