Fachbereich Mathematik und Informatik **SoSe 2005**
Prof. Dr. Andreas Meister

Numerik II für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 4

Aufgabe 1
Bestimmen Sie für die Stützstellen

k	0	1	2
x_k	1	2	5

das Interpolationspolynom $p \in \Pi_2$ mit $p(x_k) = f_k\,,\ k = 0, 1, 2$ mittels

a) dem naiven Ansatz
(d.h. dem Lösen des zugehörigen Gleichungssystems)

b) der Langrangen Interpolationsformel

für die beiden Fälle

k	0	1	2
f_k	1	5	29

und

k	0	1	2
f_k	0	1	0

Aufgabe 2

a) Berechnen Sie das Interpolationspolynom $p \in \Pi_2$ zur Funktion $f(x) = 2^x - x^3 + 3.5(x^2 - x)$ bezüglich der Stellen

k	0	1	2
x_k	0	1	2

b) Gegeben sei die Funktion $f(x) = e^x$.

- Man bestimme $\int_0^1 f(x)\,dx$ exakt.
- Man berechne einen Näherungswert für $\int_0^1 f(x)\,dx$ mittels der Rechteckregel, Trapezregel, Simpson-Regel, Newtonschen 3/8-Regel und Milne-Regel.
- Vergleichen Sie den Fehler zwischen der exakten Lösung und der Näherungslösung für alle obigen Ergebnisse.

Aufgabe 3
Gegeben seien die Werte

$$\begin{aligned} x_0 &= 100 \quad \text{mit} \quad p(x_0) = -1, \\ x_1 &= 101 \quad \text{mit} \quad p(x_1) = 2 \\ \text{und} \quad x_2 &= 102 \quad \text{mit} \quad p(x_2) = -1. \end{aligned}$$

Gesucht ist das quadratische Interpolationspolynom $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ zu den gegebenen Werten.

a) Schreiben Sie die resultierenden Gleichungen als lineares Gleichungssystem.

b) Lösen Sie das entstandene Gleichungssystem durch Gauß-Elimination.

c) Wiederholen Sie die Schritte aus a) und b) für das Interpolationspolynom in der Form $p(x) = b_0 + b_1(x - x_2) + b_2(x - x_2)^2$.

Aufgabe 4

Man entwickle eine Quadraturformel Q

$$Q(f) = g_0 f(x_0) + g_1 f(1) \approx \int_0^1 f(x)\,dx,$$

die Polynome von möglichst hohem Grad exakt integriert.

Abgabe: Freitag, 24.6.05 in der Vorlesung
Besprechung: Freitag, 1.7.05