

Numerik für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 6

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Konsistenzordnung des expliziten Runge-Kutta-Verfahrens

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f \left(t_i + \frac{\Delta t}{k}, y_i + \frac{\Delta t}{k} f(t_i, y_i) \right)$$

in Abhängigkeit von $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2

Gegeben sei das folgende Runge-Kutta-Tableau:

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ 1 & 1 & & \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \\ \hline & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{array}$$

- Man schreibe das zugehörige Einschrittverfahren explizit auf.
- Man zeige, dass das Verfahren die Ordnung $p = 3$ besitzt.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie eine LR-Zerlegung der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 11 & 8 & 5 \\ 3 & 18 & 15 & 9 \\ 1 & 16 & 13 & 11 \end{pmatrix}$$

und lösen Sie unter Verwendung dieser Zerlegung die linearen Gleichungssysteme

$$\mathbf{Ax} = \begin{pmatrix} 702 \\ 1850 \\ 3270 \\ 3078 \end{pmatrix}.$$

und

$$\mathbf{A}^2 \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 702 \\ 1850 \\ 3270 \\ 3078 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4

- a) Bestimmen Sie das Butcher-Array

$$\begin{array}{c|ccc} c_1 & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ 1/4 & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ 3/4 & a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \\ \hline & b_1 & b_2 & b_3 \end{array}$$

derart, dass das zugehörige Runge-Kutta-Verfahren mindestens die Konsistenzordnung 3 besitzt.

- b) Zeigen Sie, dass das zum Butcher-Array

$$\begin{array}{c|cc} 1/3 & 5/12 & -1/12 \\ 1 & 3/4 & 1/4 \\ \hline & 3/4 & 1/4 \end{array}$$

gehörige Runge-Kutta-Verfahren mindestens die Konsistenzordnung 3 besitzt.

Abgabe: Dienstag, 6.7.10 bis 16:00 Uhr in einem Abgabeschrank im INCON-Gebäude

Besprechung: Dienstag, 13.7.10