

# Numerik I

## Aufgabenblatt 10

### Aufgabe 1

Sei  $x_*$  Grenzwert der jeweils betrachteten Folge.

- a) Man gebe ein Beispiel für eine gegen Null konvergierende Folge  $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  an, für die

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|x_{k+1} - x_*|}{|x_k - x_*|} = 1$$

gilt.

- b) Man gebe ein Beispiel für eine gegen Null konvergierende Folge  $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  an, für die

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|x_{k+1} - x_*|}{|x_k - x_*|^p} = 0$$

für  $p = 1$ , aber nicht für  $p > 1$  gilt.

(4 P)

### Aufgabe 2

Man zeige für die  $\frac{3}{8}$ -Regel die Fehlerabschätzung

$$|R[f]| \leq \frac{(b-a)^5}{6480} \max_{x \in [a,b]} |f^{(4)}(x)|.$$

(4 P)

### Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x \cos x$ .

- a) Man bestimme  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  exakt.
- b) Man berechne mit der zusammengesetzten Simpsonregel mit einer Schrittweite von  $h = \frac{\pi}{8}$  einen Näherungswert für  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .
- c) Man führe eine Fehlerabschätzung für den Näherungswert durch und vergleiche diese mit dem tatsächlichen Fehler.

(4 P)

#### Aufgabe 4

Man überführe das folgende Optimierungsproblem in die Standardform:

$$f(x_1, x_2, x_3) \stackrel{!}{=} \max$$

mit

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3$$

und

$$\begin{array}{rcccccl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq & 1 \\ & & x_2 & & & \leq & 2 \\ -x_1 & & & + & 2x_3 & \leq & 2 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & \leq & 2 \\ & & & & x_1 & \geq & 0 \\ & & & & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

(4 P)

**Abgabe:     Dienstag, 27.01.2004 in der Vorlesung**