Numerik I

Aufgabenblatt 10

Aufgabe 1
Sei x_* Grenzwert der jeweils betrachteten Folge.

a) Man gebe ein Beispiel für eine gegen Null konvergierende Folge $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ an, für die

$$\lim_{k\to\infty} \frac{|x_{k+1} - x_*|}{|x_k - x_*|} = 1$$

gilt.

b) Man gebe ein Beispiel für eine gegen Null konvergierende Folge $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ an, für die

$$\lim_{k\to\infty} \frac{|x_{k+1} - x_*|}{|x_k - x_*|^p} = 0$$

für $p = 1$, aber nicht für $p > 1$ gilt.

(4 P)

Aufgabe 2
Man zeige für die $\frac{3}{8}-$ Regel die Fehlerabschätzung

$$|\,R[f]\,| \leq \frac{(b-a)^5}{6480} \max_{x\in[a,b]} \left|f^{(4)}(x)\right|.$$

(4 P)

Aufgabe 3
Gegeben sei die Funktion $f(x) = x\cos x$.

a) Man bestimme $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$ exakt.

b) Man berechne mit der zusammengesetzten Simpsonregel mit einer Schrittweite von $h = \frac{\pi}{8}$ einen Näherungswert für $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$.

c) Man führe eine Fehlerabschätzung für den Näherungswert durch und vergleiche diese mit dem tatsächlichen Fehler.

(4 P)

Aufgabe 4

Man überführe das folgende Optimierungsproblem in die Standardform:

$$f(x_1, x_2, x_3) \stackrel{!}{=} \max$$

mit

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3$$

und

$$\begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq & 1 \\ & & x_2 & & & \leq & 2 \\ -x_1 & & & + & 2x_3 & \leq & 2 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & \leq & 2 \\ & & & & x_1 & \geq & 0 \\ & & & & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

(4 P)

Abgabe: Dienstag, 27.01.2004 in der Vorlesung