Numerik I

Aufgabenblatt 11

Aufgabe 1
Gegeben sei die Funktion

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{g} \quad \text{mit} \;\; g = f'(x_0)\,.$$

Das im folgenden betrachtete Iterationsverfahren zur Bestimmung von x_* mit $f(x_*) = 0$ sei durch

$$x_{k+1} = \varphi(x_k)$$

definiert. Man leite mit Hilfe von (sinnvoll abgebrochenen) Taylor-Entwicklungen eine Konvergenzaussage ab. Dabei stelle man gegebenenfalls zusätzlich benötigte Bedingungen auf, die die Konvergenz des Verfahrens gewährleisten. (4 P)

Aufgabe 2
Man ermittle mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Methode einen Basisvektor zu der Minimierungsaufgabe

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 \stackrel{!}{=} \min$$

mit

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} 2x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & - & 7x_4 & & & = & 630 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & - & 5x_4 & + & x_5 & = & -500 \\ -x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + & 3x_4 & & & = & 710 \end{array}$$

und

$$x_i \geq 0 \quad \forall\, i \in \{1, \ldots, 5\}$$

(4 P)

Aufgabe 3
Man berechne mit Hilfe des Simplexverfahrens die Lösung des linearen Optimierungsproblems

$$x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 + 5x_5 \stackrel{!}{=} \min$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -4 & 13 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 5 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall\, i \in \{1, \ldots, 5\}$$

Dabei starte man mit der Ermittlung des Basisvektors $x^{(0)}$ zu $I^{(0)} = \{1, 5\}$. Wie lauten die Zielfunktionswerte der Basisvektoren? (8 P)

Abgabe: **Dienstag, 3.11.2004 in der Vorlesung**