Fachbereich Mathematik und Informatik **WiSe 2005/2006**
Prof. Dr. Andreas Meister

Numerik I für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1
Gegeben sei die Matrix

$$\boldsymbol{A} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie das Jacobi-Verfahren und das Gauß-Seidel-Verfahren auf Konvergenz.

Aufgabe 2
Bestimmen Sie eine LR-Zerlegung der Matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 7 \\ 8 & 5 & 27 \end{pmatrix}$$

und lösen Sie unter Verwendung dieser Zerlegung das lineare Gleichungssystem

$$\boldsymbol{Ax} = \begin{pmatrix} 5 \\ 29 \\ 99 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3
Gegeben sei die Matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Zeigen Sie, dass die Matrix $\boldsymbol{A}$ regulär ist.

b) Zeigen Sie, dass keine LR-Zerlegung der Matrix $\boldsymbol{A}$ existiert.

c) Bestimmen Sie eine Permutationsmatrix $\boldsymbol{P}$ derart, dass $\boldsymbol{PA}$ eine LR-Zerlegung besitzt.

d) Berechnen Sie mittels der LR-Zerlegung von $\boldsymbol{PA}$ die Lösung des Gleichungssystems

$$\boldsymbol{Ax} = \begin{pmatrix} 18 \\ 19 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4

Wir betrachten lineare Gleichungssysteme der Form $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$. Untersuchen Sie das Jacobi-Verfahren auf Konvergenz für die Matrizen

a) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -3 & 6 & -3 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 2 & 3 \\ -3 & 10 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 10 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 10 \end{pmatrix}$

Abgabe: 17.1.06 in der Vorlesung
Besprechung: 24.1.06