**Fachbereich Mathematik und Informatik** **WiSe 2005/2006**
Prof. Dr. Andreas Meister

# Numerik I für Ingenieure (Höhere Mathematik IV)

## Aufgabenblatt 6

**Aufgabe 1**
Bestimmen Sie die Konsistenzordnung des expliziten Runge-Kutta-Verfahrens

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f\left(t_i + \frac{\Delta t}{k}, y_i + \frac{\Delta t}{k} f(t_i, y_i)\right)$$

in Abhängigkeit von $k \in \mathbb{N}$.

**Aufgabe 2**
Gegeben sei das folgende Runge-Kutta-Tableau:

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ 1 & 1 & & \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \\ \hline & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{array}$$

a) Man schreibe das zugehörige Einschrittverfahren explizit auf.

b) Man zeige, dass das Verfahren die Ordnung $p = 3$ besitzt.

**Aufgabe 3**
Bestimmen Sie eine LR-Zerlegung der Matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 11 & 8 & 5 \\ 3 & 18 & 15 & 9 \\ 1 & 16 & 13 & 11 \end{pmatrix}$$

und lösen Sie unter Verwendung dieser Zerlegung die linearen Gleichungssysteme

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 702 \\ 1850 \\ 3270 \\ 3078 \end{pmatrix}.$$

und

$$\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} 702 \\ 1850 \\ 3270 \\ 3078 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4**

Man gebe das Interpolationspolynom $p$ niedrigsten Grades in der Newtonschen Darstellung an für die Stützstellen

a)

| $t_i$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | $1$ | $3$ | $3$ | $45$ |

,

b)

| $t_i$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | $1$ | $3$ | $3$ | $-5$ | $45$ |

.

Man zeichne die für a) und b) berechneten Interpolationspolynome.

**Abgabe: 7.2.06 in der Vorlesung**
**Besprechung: 9.2.06**