

Übungen zur Algebra I — Blatt 12, Wintersemester 04/05

Dr. M. Dettweiler (INF 368, Zi. 513, Tel. 548870)

e-mail: michael.dettweiler@iwr.uni-heidelberg.de

Abgabetermin: Dienstags

44. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei K ein Körper der Charakteristik $p > 0$. Zeigen Sie, dass K genau dann vollkommen ist, wenn der Frobeniushomomorphismus

$$F_p : K \rightarrow K, a \mapsto a^p,$$

ein Automorphismus ist. Zeigen Sie damit, daß endliche Körper vollkommen sind.

45. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei K ein Körper, $f \in K[x]$ ein irreduzibles Polynom und L der Zerfällungskörper von f über K . Man nehme weiterhin an, daß L/K eine Galois-Erweiterung ist. Zeigen Sie: Ist L/K abelsch, so gilt $L = K(\alpha)$ für alle Nullstellen α von f .

46. Aufgabe: (4 Punkte) Es sei $a \in \mathbb{Q}$, so daß $f = x^5 - a$ irreduzibel ist. Bestimmen Sie ein primitives Element des Zerfällungskörpers von f über \mathbb{Q} .

47. Aufgabe: (4 Punkte) Geben Sie jeweils Beispiele für folgende Arten von Körpererweiterungen an:

- (a) normal aber nicht separabel
- (b) separabel aber nicht normal
- (c) weder separabel noch normal.