

Mathematik

Wissen oder Glauben

Wissen oder Glauben?

Glauben	Wissen
<i>Wiedergeben</i> von Inhalten von Büchern, Webseiten, Videos etc.	Verlangen nach <i>Beweisen</i> (oder zumindest einer plausiblen Begründungen) für Aussagen
Akzeptieren dieser Inhalte, ohne sie zu <i>hinterfragen</i>	Beweise/Begründungen werden <i>eigenhändig</i> bis ins Detail <i>überprüft</i>
Kein Bedarf an <i>Begründungen</i> , Kategorisierungen, Aufdecken <i>zugrundeliegender Strukturen oder Mechanismen</i>	Kein Berufen auf irgendwelche „ <i>Autoritäten</i> “ (Lehrbuch, Wikipedia, Lehrer, Video,...)

Das Schlüsselwort für Wissen heißt „**Warum**“ !

Alltagsbeispiel

Frage: Wie lange ist der Nil?

Antwort (laut Wikipedia): 6650km

Das müssen wir Wikipedia *glauben*, denn *wissen* würde entweder eine Nilexpedition oder eine Auswertung von Satellitenbildern (mit jeweils zugehöriger Ausbildung!) erfordern.

Mathematik ist anders...

In experimentellen Wissenschaften wie Physik, Chemie, Biologie, Medizin gibt es **kein** strenges Wissen. Man erstellt Theorien (d.h. Vermutungen), die **nicht bewiesen** werden können, sondern höchstens durch neue Experimente **falsifiziert**.

Mathematik ist eine **Geisteswissenschaft**. Sie erstellt durch streng logische Deduktion Gedankengebäude, in denen (fast) alle Aussagen **beweisbar** wahr oder falsch sind.

Mathematisches Beispiel

Satz: Die beiden Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ sind gegeben

durch $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$.

- o **Glauben:** wenn es im Buch so steht, lerne ich halt die Formel; vielleicht überprüfe ich sie mal mit ein paar konkrete Zahlen.
- o **Wissen:**
 - Wie leitet man die Formel her? (Quadratische Ergänzung!)
 - Was ist die Struktur der Formel? (Nur arithmetische Operationen und Wurzeln, keine Logarithmen oder sonstige „höheren“ Funktionen)
 - Stimmt der Satz wirklich für alle möglichen Werten der Parameter p und q ? (Was passiert für $\frac{p^2}{4} - q \leq 0$?)
 - Was passiert, wenn wir Gleichungen vom Grad 3, 4, 5, ... betrachten? (Für 3 und 4 gibt es ähnliche – deutlich kompliziertere – Formeln, danach nicht mehr)
 - Merke: die Existenz solcher Lösungsformeln ist in der Mathematik die Ausnahme, nicht die Regel!

„Modernes E-Lösen“ einer Übungsaufgabe

1. Eingeben von Schlüsselbegriffen der Aufgabe in Google
2. Suche nach einem YouTube-Video mit einer ähnlichen Aufgabe
3. Anwenden der darin vorgestellten Lösungsmethode auf eigene Aufgabe

Analyse:

- o Alles **Konzeptionelle** (Einordnen der Aufgabe in den Vorlesungsstoff, Auswahl der benötigten Sätze und Hilfsmittel, Entwicklung eines Lösungswegs) und damit alles, was ein **Nachdenken** erfordert, wird dem **Computer** überlassen.
- o Der **Mensch** wendet nur als **Rechenautomat** ein vorgegebenes **Kochrezept** an (und **glaubt/hofft**, dass es für die Aufgabe richtig ist)

Kategorien von Handlungen beim Mathematiklernen

passiv	aktiv	konstruktiv	interaktiv
Zuhören in Vorlesung, Video ansehen, Text lesen	Notizen machen, Zusammenfassung schreiben	Selbsterklärungen geben, Fragen formulieren, Diagramme zeichnen, Beispiele konstruieren, Aufgaben bearbeiten	Gegenseitig fragen und antworten, eigene Behauptungen begründen, Behauptungen des Partners hinterfragen



Steigende Effektivität des Lernens