

16. Mai 2012

## Kurven und Singularitäten

### 5. Übungsblatt

#### Aufgabe 1

- (i) Konstruieren Sie eine glatte Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , deren kritische Werte dicht in  $\mathbb{R}$  liegen (Hinweis: benutzen Sie, daß  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  dicht liegt und abzählbar ist). Warum ist dies kein Gegenbeispiel zum Satz von Sard?
- (ii) Sei  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  eine glatte Abbildung und  $A \subset \mathbb{R}^n$  eine Teilmenge vom Maß Null. Zeigen Sie, daß  $g(A)$  ebenfalls vom Maß Null ist.

#### Aufgabe 2

Sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  eine glatte Funktion mit dem Ursprung als Morse-Punkt und  $\psi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  ein Diffeomorphismus mit  $\psi(0) = 0$ . Zeigen Sie, daß der Ursprung auch für  $f \circ \psi$  ein Morse-Punkt ist.